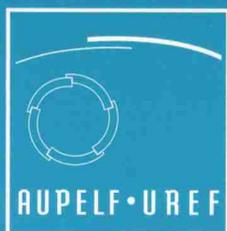


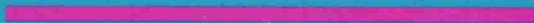
UNIVERSITÉS FRANCOPHONES



ANALYSE

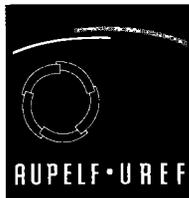
PREMIER CYCLE
UNIVERSITAIRE

Edmond FEDIDA
Mamadou SANGHARE
El Hadji Cheickh M'baké DIOP



EDICEF/AUPELF

UNIVERSITÉS FRANCOPHONES



ANALYSE

1er CYCLE UNIVERSITAIRE

Edmond FEDIDA

Professeur à l'Université d'Abidjan
Professeur à la Faculté des Sciences
U.C.A.D., Dakar

Mamadou SANGHARE

Maître de conférences à la Faculté des Sciences
U.C.A.D., Dakar

El Hadji Cheikh M'backé DIOP

Maître-Assistant à la Faculté des Sciences
U.C.A.D., Dakar

EDICEF

58, rue Jean-Bleuzen
92178 VANVES Cedex

La collection Universités Francophones

La diffusion de l'information scientifique et technique est un facteur essentiel du développement. Aussi dès 1988, l'agence francophone pour l'enseignement supérieur et la recherche (AUPELF-UREF), mandatée par les sommets francophones pour produire et diffuser revues et livres scientifiques, a créé la collection **Universités francophones**.

Lieu d'expression de la communauté scientifique de la langue française, **Universités francophones** vise à instaurer une collaboration entre enseignants et chercheurs francophones en publiant des ouvrages, coédités avec des éditeurs francophones, et largement diffusés dans les pays du Sud, grâce à une politique tarifaire préférentielle.

Composition de la collection :

- *Les manuels* : cette série didactique est le cœur de la collection. Elle s'adresse à un public de deuxième et troisième cycles universitaires et vise à constituer une bibliothèque de référence couvrant les principales disciplines à l'université.
- *Sciences en marche* : cette série se compose de monographies qui font la synthèse des travaux de recherche en cours.
- *Actualité scientifique* : dans cette série sont publiés les actes de colloques organisés par les réseaux thématiques de recherche de l'UREF.
- *Prospectives francophones* : s'inscrivent dans cette série des ouvrages de réflexion donnant l'éclairage de la francophonie sur les grandes questions contemporaines.
- Enfin, les séries *Actualités bibliographiques* et *Actualités linguistiques francophones* accueillent lexiques et répertoires.

Notre collection, en proposant une approche plurielle et singulière de la science, adaptée aux réalités multiples de la Francophonie, contribue efficacement à promouvoir la recherche dans l'espace francophone et le plurilinguisme dans la recherche internationale.

Professeur Michel Guillou
directeur général de l'AUPELF
Recteur de l'UREF

Diffusion :

HACHETTE DIFFUSION INTERNATIONALE ou ELLIPSES selon pays

© EDICEF, 1996

ISBN 2-85-069839-3

ISSN 0993-3948

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (3, rue Hautefeuille - 75 006 Paris).

Cette reproduction par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code Pénal.

Avant-Propos

Ce livre d'analyse est le pendant naturel du livre du Professeur Saliou TOURÉ édité chez EDICEF, et consacré au cours d'Algèbre du 1^{er} cycle universitaire.

Cependant, le programme d'Analyse du premier cycle étant *grosso modo* le double de celui d'Algèbre, le présent ouvrage ne couvre que le cours de première année et un peu au delà, afin de présenter aux étudiants un ouvrage abordable et peu volumineux.

Ce livre s'adresse, par ses différents niveaux de lecture, aussi bien aux étudiants de premier cycle, en sciences exactes ou en sciences expérimentales, qu'aux étudiants des classes de Mathématiques Supérieures.

Avec ses volets consacrés successivement au cours, aux exercices et aux problèmes de synthèse, nous espérons faire de cet ouvrage un outil de travail assez complet, principalement pour les étudiants d'Universités africaines qui manquent souvent de livres de cours et d'exercices.

Le contenu du volume couvre largement le programme de première année du premier cycle, avec des compléments importants sur la continuité et la convergence uniforme, les fonctions implicites, les fonctions de plusieurs variables et les propriétés métriques des arcs de courbes. En outre chaque chapitre se termine sur une rubrique « à retenir » qui regroupe, sous forme de résumé, les principaux résultats qu'il faut effectivement retenir avant de passer au chapitre suivant.

Le choix des exercices couvre plusieurs objectifs :

- aider le lecteur à évaluer ses connaissances et à les mettre en œuvre,
- établir des résultats nouveaux qui complètent le cours,
- appliquer les concepts mathématiques étudiés, à la physique, la chimie, la mécanique, etc.

Les problèmes de synthèse, présentés à la fin des chapitres, permettront aux lecteurs de tester l'ensemble de leurs connaissances en vue des examens.

Enfin, nous avons ajouté un index historique qui regroupe succinctement les biographies des différents mathématiciens, dont les noms apparaissent dans cet ouvrage. Nous pensons en effet que l'histoire des mathématiques ne peut qu'enrichir et « humaniser » les concepts mathématiques abordés par les étudiants. On pourra, dans un premier ter

reporter la lecture du chapitre 1 essentiellement consacré aux fondements, et aborder directement le chapitre 2.

Les commentaires, critiques et suggestions éventuelles de la part de nos lecteurs seront les bienvenus.

Nous remercions Mademoiselle Ndeye CODOU NDIAYE qui a réalisé la saisie du texte.

Les auteurs

Sommaire

| | |
|---|-----------|
| Chapitre 1. Théorie élémentaire des ensembles | |
| Construction de \mathbb{E}. | 7 |
| 1.1. Éléments de la théorie des ensembles | 7 |
| 1.2. Construction de l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} | 9 |
| 1.3. Relation d'ordre dans \mathbb{R} | 12 |
| 1.4. Densité de \mathbb{Q} dans \mathbb{R} . Axiome d'Archimède | 14 |
| Chapitre 2. Limite et continuité. | 17 |
| 2.0. Introduction | 17 |
| 2.1. Sous ensembles bornés de \mathbb{R} . Intervalles de \mathbb{R} | 17 |
| 2.2. Limites | 20 |
| 2.3. Application aux suites | 33 |
| 2.4. Suites de Cauchy | 35 |
| 2.5. À RETENIR | 37 |
| 2.6. Exercices | 37 |
| 2.7. Continuité en un point | 39 |
| 2.8. Propriétés des fonctions continues sur un intervalle | 40 |
| 2.9. Continuité uniforme, convergence uniforme | 42 |
| 2.10. À RETENIR | 48 |
| 2.11. Exercices et problèmes | 48 |
| Chapitre 3: Différentiation. | 57 |
| 3.0. Introduction | 57 |
| 3.1. Tangente en un point d'une courbe plane | 57 |
| 3.2. Dérivée en un point. Différentielle | 61 |
| 3.3. Propriétés des fonctions dérivables | 63 |
| 3.4. Théorème de Rolle, théorème des Accroissements finis. | 68 |
| 3.5. Applications | 71 |
| 3.6. Théorème des fonctions inverses | 76 |
| 3.7. Suites de fonctions différentiables | 83 |
| 3.8. À RETENIR | 86 |
| 3.9. Exercices et problèmes | 86 |
| Chapitre 4: Approximation polynômiale d'une fonction. | 89 |
| 4.0. Introduction | 89 |
| 4.1. Approximation polynômiale sur $[a, b]$ | 89 |
| 4.2. Approximation polynômiale au voisinage d'un point x_0 . Polynôme de Taylor | 90 |
| 4.3. Formule de Taylor | 93 |

| | |
|--|------------|
| 4.4. Développements limités | 95 |
| 4.5. À RETENIR | 111 |
| 4.6. Exercices et problèmes | 111 |
| Chapitre 5: Fonctions de plusieurs variables. | 115 |
| 5.1. Rappels et généralités | 115 |
| 5.2. Fonctions de plusieurs variables | 119 |
| 5.3. Dérivées partielles | 120 |
| 5.4. Différentielle d'une fonction de plusieurs variables | 122 |
| 5.5. Différentielles et dérivées partielles | 124 |
| 5.6. Différentielle d'une fonction composée | 129 |
| 5.7. Formule des accroissements finis. Théorème de Schwartz | 132 |
| 5.8. Fonctions implicites - Formes différentielles | 137 |
| 5.9. À RETENIR | 143 |
| 5.10 Exercices et problèmes | 145 |
| Chapitre 6. Intégrale au sens de Riemann. | 147 |
| 6.1. Intégrale d'une fonction bornée définie sur un segment: définitions et propriétés | 147 |
| 6.2. Exemples fondamentaux de fonctions intégrables | 155 |
| 6.3. Primitives | 161 |
| 6.4. Formules de la moyenne | 165 |
| 6.5. Changement de variable - Intégration par parties | 167 |
| 6.6. Techniques d'intégrations | 168 |
| 6.7. Exercices et problèmes | 174 |
| Chapitre 7. Fonctions vectorielles. | 181 |
| 7.1. Rappels | 181 |
| 7.2. Définition - Exemples | 182 |
| 7.3. Limite, continuité et dérivabilité d'une fonction vectorielle | 183 |
| 7.4. Dérivées d'ordre supérieur. Développements limités | 188 |
| 7.5. Étude des courbes régulières de l'espace euclidien à deux ou trois dimensions | 190 |
| 7.6. Courbes paramétrées planes | 196 |
| 7.7. Courbes en coordonnées polaires | 201 |
| 7.8. À RETENIR | 206 |
| 7.9. Exercices et problèmes | 208 |
| Chapitre 8. Équations différentielles. | 211 |
| 8.0. Introduction | 211 |
| 8.1. Fonctions à valeurs dans \mathbb{C} | 212 |
| 8.2. Équations différentielles du premier ordre. Équations différentielles linéaires du premier ordre | 215 |
| 8.3. Équations différentielles linéaire du second ordre à coefficients constants | 224 |
| 8.4. À RETENIR | 230 |
| 8.5 Exercices et problèmes | 230 |
| Index historique | 235 |
| Index terminologique | 237 |